

TEMA 1. NÚMEROS REALES

1. Simplifica:

$$a) \frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2} =$$

$$b) \frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5} =$$

$$c) \frac{(4 \cdot 3^2)^2 \cdot (2^3 \cdot 3^{-4})^{-1}}{(2^6 \cdot 3^7)^{-3} \cdot (6^4)^3} =$$

2. Simplifica:

$$a) \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 6\sqrt{2} =$$

$$b) \sqrt{27} - \sqrt{3} - 2\sqrt{12} =$$

$$c) \sqrt[4]{48} + 2 \cdot \sqrt[4]{243} - 3 \cdot \sqrt[4]{1875} =$$

$$d) \frac{3}{2} \sqrt[3]{16} + 2 \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5} \cdot \sqrt[3]{250} =$$

$$e) \frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt[6]{3}} =$$

$$f) \frac{2^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[12]{12}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt[8]{3}} =$$

$$g) \frac{\sqrt{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} =$$

3. Racionaliza:

$$a) \frac{5}{\sqrt[4]{5}}$$

$$b) \frac{3}{2 + \sqrt{2}}$$

$$c) \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2}$$

$$d) \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{3}}$$

$$e) \frac{\sqrt{7} + 1}{2\sqrt{7} + 5}$$

4. Sabiendo que $\log_2 A = 2$ y $\log_2 B = -3$, usando las propiedades de los logaritmos, calcula:

$$a) \log_2 \left(\frac{A \cdot B}{4} \right) =$$

$$b) \log_2 \left(\frac{2\sqrt{A}}{B^3} \right) =$$

$$c) \log_2 \left(\frac{8A^2}{B} \right) =$$

TEMA 2. ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

1. Halla el valor de k para que al dividir $P(x) = x^3 - 4x^2 - 19x + k$ entre $x - 2$ el resto sea 5.

2. Calcula el valor de m para que el polinomio $P(x) = 5x^3 - 5mx^2 - 20x + 80$ sea divisible por $x + 2$.

3. Factoriza los siguientes polinomios:

$$a) x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$

$$e) x^3 - x^2 - 9x + 9$$

$$b) x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

$$f) x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

$$c) x^3 - 2x^2 + x - 2$$

$$g) x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30$$

$$d) x^3 + 3x^2 + 2x$$

$$h) x^4 + x^3 - 2x^2$$

e)

4. Efectúa las siguientes operaciones y da el resultado en forma de fracción irreducible:

$$a) \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{x - 2} \right) : \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x + 2} \right)$$

$$b) \left(\frac{8x}{x^2 - 9} + x \right) : \left(\frac{2x}{x - 3} + x \right)$$

$$c) \left(\frac{x + 1}{x} - \frac{x}{x + 2} \right) : \left(1 + \frac{x}{x + 2} \right)$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x^4 - 6x^2 - 9 = 0$

f) $2x^4 - 10x^2 = 0$

b) $5x^4 - 5x^2 - 10 = 0$

g) $3x^4 - 2 \cdot (x^2 - 5)^2 = 22x^2 - 26$

c) $\frac{4x}{x-4} + x - 4 = \frac{16}{x-4}$

h) $x^4 - 11x^2 - 2x + 12 = 0$

d) $x^3 - 9x^2 + 15x + 25 = 0$

i) $12x^3 - 73x^2 + 5x + 6 = 0$

e) $x^4 = 13x^2 - 12x$

j) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{x}{x^2-4}$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a) $x - \sqrt{2x-4} = 6$

e) $x + \sqrt{x+1} = 11$

b) $3x - 3\sqrt{x+3} = x + 3$

f) $2 + \sqrt{2x^2 - 14} = x + 3$

7. Resuelve los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + 3y = 17 \\ \sqrt{x^2 + y} = 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy + 12 = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 + y^2 - xy = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x \cdot y = 20 \end{cases}$$

8. Resuelve por Gauss:

a)
$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x - y + 5z = 3 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 19 \\ 2x + y + 2z = 20 \\ 2x + 2y + z = 21 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ 2x + 2y + z = 4 \\ 5x + y + z = 12 \end{cases}$$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $128^{x+1} = 2^{x^2-x-2}$

b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

c) $3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$

d) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

e) $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

f) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

10. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\log x + \log(x-5) - \log 2 = 2 \cdot \log 5$

c) $\log x = 1 + \log(22-x)$

b) $\log(3x-1) - \log(2x+3) = -\log 25 + 1$

d) $2 \cdot \log(5x+4) - \log 4 = \log(x+4)$

11. Resuelve las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones:

a) $(x-1) \cdot (x+1) < 2 \cdot (x+1)$

b) $x^3 + 3x^2 \geq x + 3$

c) $x^4 + x^3 - x^2 - x \leq 0$

d) $(2x^2 - 3)^2 \leq 5 + 5x^2$

12. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una y dos incógnitas:

$$a) \begin{cases} 2 \cdot (x-1) < 6x+3 \cdot (2-x) \\ 5 \cdot (x-3) \leq \frac{3-x}{3} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 2 \\ \frac{3x+1}{2} - \frac{3x-6}{4} > 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -x+3y \leq 5 \\ 2x+y \leq 4 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x \geq y \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} -2x+4 \geq y \\ x+2y \geq 2 \\ y \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

TEMA 3. ARITMÉTICA MERCANTIL

1. Calcula el tiempo que tarda un capital en incrementarse un 50% depositado al 3% de interés simple.
2. Un capital ha pasado de 5000€ a 6254 en 7 años. Si el dinero se invirtió a interés simple, ¿a qué tipo de interés estaba la operación?. ¿Y si se hubiera tratado de interés compuesto con capitalización anual?
3. Depositamos 3500€ en el banco a un interés anual del 4,5%, calcula el capital que tendremos a los 5 años.
4. Calcula el TAE del 5% anual capitalizable trimestralmente
5. Una entidad bancaria ofrece un producto financiero con un TAE del 5,46%. ¿Cuál es la tasa de interés nominal si la capitalización es cuatrimestral?
6. Un hombre suscribe un plan de pensiones por un periodo de 20 años con una cuota mensual de 150€. Si la entidad bancaria le asegura un 9% de interés anual, ¿de qué cantidad podrá disponer al final de los 20 años?
7. ¿Durante cuántos años debo ingresar la cantidad de 600€ mensuales al 4% anual para acumular un capital de 90000€?
8. A Berta le han concedido un préstamo por valor de 100000€ con un interés del 3,75% anual que habrá de amortizar en 15 años mediante pago mensual. ¿Cuál es la cuota de cada mensualidad?
9. Determina las cuotas semestral y anual que se deben satisfacer para devolver 15000€ al 7% anual en 3 años
10. Una persona decide comprar un piso que le cuesta 300000€. Como tiene 100000€ ahorrados, pide una hipoteca al banco, que le conceden al 3,2% anual a devolver en 20 años. ¿Qué cuota debe satisfacer trimestralmente?

TEMA 4. FUNCIONES ELEMENTALES

1. Calcula el dominio de las funciones y los puntos de corte con los ejes:

$$a) f(x) = 3x^2 - 5x + 1$$

$$c) f(x) = \frac{2x+4}{x^2-5x+6}$$

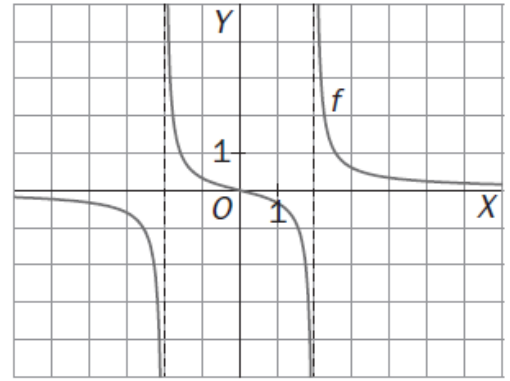
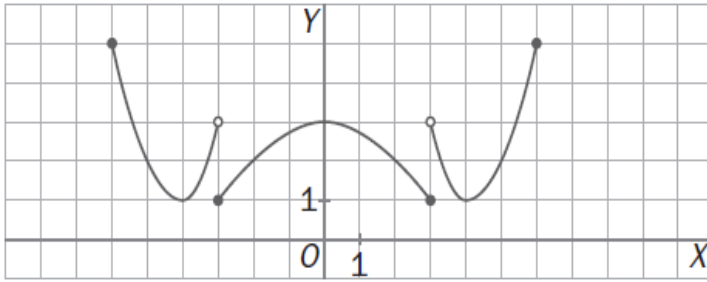
$$e) f(x) = +\sqrt{3x-6}$$

$$b) f(x) = \frac{x+6}{\sqrt{x^2-4}}$$

$$d) f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+6}$$

$$f) f(x) = \frac{x}{e^x-1}$$

2. Dada las siguientes funciones:



- Calcula el dominio
- Estudia el crecimiento y decrecimiento, los máximos y los mínimos.
- Explica si son simétricas, continuas o periódicas.

3. Representa las parábolas:

a) $y = x^2 + 4x + 4$

b) $y = 8x - 2x^2$

c) $y = x^2 - 4x + 5$

4. La temperatura (T) de una reacción química en un laboratorio de productos agrícolas viene dada, en función del tiempo t en horas, por la expresión $T(t) = 4t - t^2$ para $0 \leq t \leq 4$.

- ¿Qué temperatura habrá a las 3 horas? ¿Y a los 30 minutos?
- Halla la temperatura máxima y el momento en que se produce.
- ¿A qué hora se alcanza una temperatura de 3 grados?

5. En un asedio a un castillo una catapulta lanza sus proyectiles según la función $h(t) = -t^2 + 20t$, donde t es el tiempo en segundos y h la altura en metros.

- ¿Cuál es la altura a los 3 segundos?
- ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil?
- ¿En qué momento alcanza el proyectil 75 m de altura?

6. El número de bacterias en un cierto cultivo en el tiempo t viene dado por la función $P(t) = 2 \cdot 3^t$, donde t son horas desde que se empieza a observar dicho cultivo y P(t) es el número de bacterias en miles.

- ¿Cuántas bacterias hay al inicio del estudio? ¿Y a las 2 horas?
- ¿Cuánto tiempo debe pasar para que haya 50.000 bacterias?

7. Se sabe que la concentración de un fármaco en sangre viene dado por $y = 100 \cdot (0,94)^t$ (y en miligramos, t en horas)

- ¿Cuál es la dosis inicial?
- ¿Qué cantidad de fármaco tiene el paciente después de 1 hora? ¿Y de 3 horas?
- Si queremos que la concentración no baje de 60 mg, ¿al cabo de cuánto tiempo tendremos que inyectarle de nuevo?

8. Identifica cada función con su gráfica:

a) $y = \frac{1}{x+2}$

b) $y = \frac{1}{x-2}$

c) $y = 3^x$

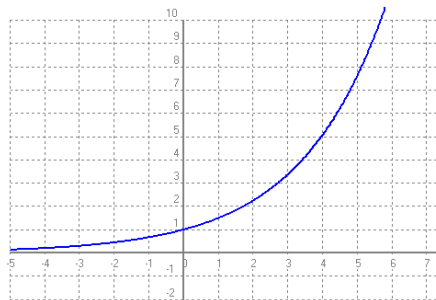
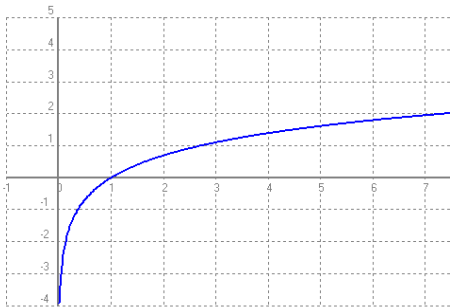
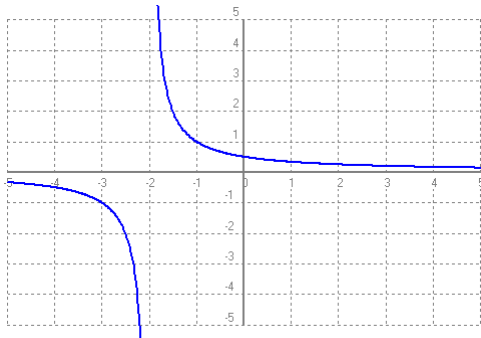
d) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

e) $y = \ln x$

f) $y = 1'5^x$

g) $y = 0'5^x + 2$

h) $y = \frac{-2^{\frac{1}{2}}}{x-3}$



9. Representa las siguientes funciones a trozos:

a) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ 2x+1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

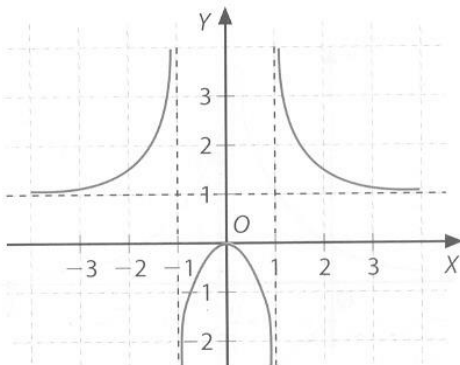
c) $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x \leq 0 \\ |x-2|-3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{si } x < 0 \\ |x-1| & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ -x+5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 5x & \text{si } x \leq -1 \\ 2^x & \text{si } -1 < x < 2 \\ -2x+8 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

TEMA 5. LÍMITES DE FUNCIONES.

1. Dada la siguiente función, calcula



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

2. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 8}{6x^4 - 12x} =$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^3 + x^2 - 5}{x^2 - 12x} =$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x^3 - 2x^2 + x} =$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{5x^2 - 13x - 6} =$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2x - \sqrt{4x^2 - 5x} \right] =$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0} [1 + 3x]^{\frac{2}{x}} =$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{9x^3 + 2x} - 3x^2 \right] =$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3x - 5}{3x - 2} \right]^{2x^2} =$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 2} =$$

3. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$$

$$b) f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 1}$$

$$c) f(x) = \frac{4x^2 - 16}{x - 2}$$

4. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \begin{cases} |x + 1| & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + 1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ -2 & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 1 & \text{si } -1 < x < 2 \\ -x + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

5. Calcula el valor de t para que las funciones sean continuas:

$$a) f(x) = \begin{cases} |-x - 1| - t & \text{si } x \leq 2 \\ x - 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x^2 - x + t & \text{si } x \leq 2 \\ (x - 3)^2 + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} (x + 2)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ (x - 2)^2 + t & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

5. Representa las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{3x - 1}{x - 2}$$

$$b) f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

TEMA 6. DERIVADAS

1. Halla la función derivada de:

$$a) f(x) = x^2 + x - 1$$

$$f) f(x) = 3x^4 + 2x$$

$$k) f(x) = x \cdot e^x$$

$$b) f(x) = -5x^2 \cdot e^x$$

$$g) f(x) = e^x \cdot \operatorname{sen} x$$

$$l) f(x) = x^4 - 8x^3 + 6$$

$$c) f(x) = x^4 \cdot \cos x$$

$$h) f(x) = \frac{x^3}{e^x}$$

$$m) f(x) = \frac{e^2}{x^2}$$

$$d) f(x) = \frac{1}{x}$$

$$i) f(x) = \frac{x^2 - x}{4}$$

$$n) f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

$$e) f(x) = 3^x \cdot \operatorname{sen} x$$

$$j) f(x) = 2x^3 \cdot \ln x$$

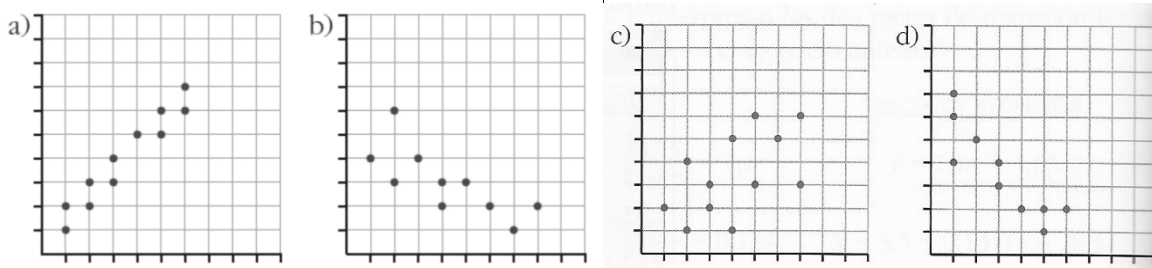
$$o) f(x) = 7 \cdot \operatorname{sen} x + \cos x$$

2. Dada la función $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6$, calcula la recta tangente a $f(x)$ en $x = 2$.
3. Dada la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 8$. Estudia su crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos y sus mínimos.
4. Dada la función $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$.
 - a) Halla la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$.
 - b) Estudia su crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos y sus mínimos.
5. Dada la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 5$, calcula:
 - a) $f'(x)$, $f''(x)$, $f(-1)$ y $f'(-1)$
 - b) Halla la recta tangente a f en $x = -1$
 - c) Estudia el crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos de la función

TEMA 7. ESTADISTICA BIDIMENSIONAL

1. Asocia a cada coeficiente de correlación con su nube de puntos, cambiando el signo cuando proceda:

0'55
0'75
0'87
0'96



2. Una distribución bidimensional en la que los valores de x son 12, 15, 17, 21, 22 y 25, tiene una correlación $r = 0,99$ y su recta de regresión es $y = 10'5 + 3'2x$. Calcula $y(13)$, $y(20)$, $y(30)$, $y(100)$.
¿Cuál de las estimaciones anteriores son fiables, cuál poco fiable y cuál no se debe hacer?
3. Las estaturas de 5 chicas (X) y de sus respectivas madres (Y), en centímetros, son:

X (chicas)	158	164	165	172	178
Y (madres)	160	163	161	169	172

 - a) Calcula el coeficiente de correlación lineal.
 - b) Si una hija mide 167 cm de altura, ¿cuál será la altura de la madre? Es razonable la estimación.
 - c) Si la hija mide 190 cm de altura, ¿Cuál será la altura estimada de la madre? Es razonable la estimación.
4. La temperatura media en los meses de invierno en varias ciudades y el gasto medio por habitante en calefacción han sido:

Temperatura °C (X)	10	12	14	15	17	20
Gasto en € (Y)	150	120	102	90	50	18

- a) Calcula el coeficiente de correlación y explica la relación entre las 2 variables. Haz un dibujo orientativo de cómo sería la nube de puntos.
- b) Estima el gasto medio por habitante si en una ciudad la temperatura media ha sido de 16 °C, y en otra ciudad en la que la temperatura media ha sido de 28 °C. Explica la fiabilidad de las estimaciones.

5. El número de bacterias por cm^3 presentes en un cultivo, después de un cierto número de horas, viene expresado en la siguiente tabla:

Núm. Horas (X)	0	1	2	3	4	5
Núm. Bacterias (Y)	12	19	23	34	56	62

- c) Calcula el coeficiente de correlación y explica la relación entre las 2 variables. Haz un dibujo orientativo de cómo sería la nube de puntos.
- d) ¿Qué número de bacterias por cm^3 cabe esperar cuando hayan transcurrido 3 h. y 30 min.? ¿Y cuándo hayan pasado 10 horas? ¿Son igual de fiables las dos predicciones? Razona tu respuesta

6. La tabla adjunta relaciona el número atómico de varios metales con su densidad:

Elemento	K	Ca	Ti	V	Mn	Fe	Co	Ni
Nº atómico	19	20	22	23	25	26	27	28
Densidad	0'86	1'54	4'5	5'6	7'11	7'88	8'7	8'8

- a) Halla el coeficiente de correlación y haz un dibujo representativo de la nube de puntos.
- b) Estima la densidad del cromo si su número atómico es 24.

TEMA 8. PROBABILIDAD

1. Lanzamos al aire tres monedas que no están equilibradas con probabilidad $1/3$ de obtener cara y $2/3$ de obtener cruz. Calcula la probabilidad de:
- Obtener tres cruces.
 - Obtener dos caras y una cruz.
 - Obtener, al menos una cara.
2. Tiramos tres dados equilibrados. Calcula la probabilidad de:
- Obtener tres números pares.
 - Obtener dos treses y un cinco.
 - Obtener, al menos un número impar.
3. Tenemos una urna A con 3 bolas blancas, 2 azules y 1 roja, y una urna B con 3 bolas rojas, 1 azul, y 1 blanca. Tiramos un dado. Si sale par, tomamos una bola de la urna A, y si sale impar, tomamos una bola de la urna B.
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener par y una bola azul?
 - ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 3 y una bola roja?
4. Se dispone de dos urnas, una urna A que tiene 5 bolas rojas y 3 blancas y otra urna B con 5 bolas blancas y 3 rojas. Se saca una carta de una baraja (40 cartas) y si es figura se extrae una bola de la urna A y en otro caso se saca la bola de la urna B. Se pide:
- Probabilidad de sacar una bola blanca.
 - Probabilidad de sacar una bola de la urna B y que sea blanca.
 - Sabiendo que ha salido el as de bastos, la probabilidad de sacar bola blanca.

5. Una campeona de ajedrez gana un promedio de 12 partidas de cada 14 que juega. En un campeonato juega 3 partidas. Calcula las siguientes probabilidades:
 - a) Gana sólo una partida.
 - b) Gana al menos dos partidas.
 - c) No gana ninguna.

6. Un examen consta de 10 preguntas a las que hay que contestar SÍ o NO. Suponiendo que a las personas que se la aplica no saben contestar a ninguna y, en consecuencia, contestan al azar, hallar:
 - a) Probabilidad de obtener 5 aciertos
 - b) Probabilidad de obtener algún acierto
 - c) Probabilidad de obtener al menos 7 aciertos.

7. Sea Z una variable aleatoria $N(0, 1)$. Calcular:

a) $P(-0'42 \leq Z < 0'42)$	e) $P(1 \leq Z \leq 2)$
b) $P(Z < -0'2)$	f) $P(0'62 \leq Z \leq 1'41)$
c) $P(Z > 2'8)$	g) $P(-2'29 \leq Z \leq -1'83)$
d) $P(Z < -1'83)$	h) $P(-2'02 \leq Z \leq 0'07)$

8. El peso de los toros de una determinada ganadería se distribuye como una normal de 500 kg. de peso medio y 45 kg. de desviación típica. Se elige un toro al azar:
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que pese menos de 483 kg.?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que su peso se encuentre entre 450 y 550 kg.?

9. El peso de las truchas de una piscifactoría sigue una ley normal $N(200, 50)$. Se extrae una al azar:
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que su peso no exceda los 175 gramos?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que su peso exceda los 220 gramos?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que su peso esté comprendido entre 150 y 250 gramos?

10. Se lanza una moneda 100 veces. Hallar la probabilidad de:
 - a) Obtener a lo sumo 40 caras
 - b) Obtener más de 40 caras

11. Supongamos que la probabilidad de nacer varón en España es de 0,52. Si durante un año se han producido en la provincia de Albacete 2000 nacimientos, ¿cuál es la probabilidad de que el número de varones esté entre 1000 y 1080?